

Lomba Matematika III
Tingkat SMA/MA Sederajat se-Sumatera Barat

Babak Semifinal
Minggu, 09 November 2014



Kode Soal

001

HIMPUNAN MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
STKIP PGRI SUMATERA BARAT
2014

PETUNJUK UMUM

1. Isilah data anda dengan lengkap dan benar pada lembaran jawaban yang telah disediakan!
2. Sebelum mengerjakan soal, periksa terlebih dahulu jumlah soal dan nomor halaman yang terdapat pada naskah soal!
3. Naskah soal terdiri dari 14 soal, 10 soal isian singkat dan 4 soal esai.
4. Waktu yang tersedia 90 menit.
5. Gunakan waktu seefisien mungkin sehingga semua soal terjawab.
6. Bacalah dengan cermat petunjuk soal yang menjelaskan cara menjawab soal!
7. Tulislah jawaban anda pada lembaran jawaban yang disediakan.
8. Jawaban ditulis menggunakan *ballpoint*.
9. Selama mengerjakan soal tidak diperkenankan bertanya atau meminta penjelasan mengenai soal-soal yang diberikan kepada siapa pun, termasuk pengawas.
10. Tidak diperkenankan menggunakan alat hitung seperti kalkulator dan lain-lain.
11. Dilarang mengaktifkan alat komunikasi selama lomba berlangsung.
12. Peserta yang melanggar peraturan akan dikeluarkan dan didiskualifikasi.
13. Keputusan dewan juri mutlak dan tidak dapat diganggu gugat.



Nama : Kelas :

Asal Sekolah :

No. Peserta :

Kabupaten/Kota :

BAGIAN PERTAMA

1. Di sebuah perpustakaan terdapat beberapa orang yang suka meminjam buku. Pada hari sabtu, 12 Juli 2008 terdapat empat orang ke perpustakaan meminjam buku, mereka adalah Nadia, Siska, Nisa, dan Ina. Jika Nadia datang untuk meminjam buku ke perpustakaan tiap 3 hari sekali, Siska tiap 5 hari sekali, Nisa tiap 7 hari sekali, dan Ina tiap 11 hari sekali. Pada saat mereka akan datang untuk meminjam buku ke perpustakaan secara bersama-sama untuk yang kedua kalinya, Ina tidak datang karena sakit, sehingga ia akan datang untuk meminjam buku ke perpustakaan 11 hari setelah hari itu, seperti siklus yang biasa dijalannya. Maka mereka akan meminjam buku secara bersama-sama lagi pada tanggal
2. Jika suatu bilangan tiga angka dibagi 11, hasilnya sama dengan jumlah kuadrat bilangan awal. Semua bilangan itu adalah ...
3. Raffi dan Gigi masing-masing memiliki sejumlah lilin. Raffi memberikan setengah lilinnya kepada Gigi, kemudian Gigi memberikan $\frac{1}{3}$ dari lilinnya kepada Raffi. Akhirnya mereka masing-masing memiliki 20 lilin. Berapa jumlah lilin Raffi mula-mula?
4. Ban Ki Moon memiliki 44 buah kaus kaki di lemarnya, masing-masing berwarna hitam dan merah. Dalam kegelapan ia mengambil 2 secara acak, dan peluang bahwa keduanya tidak sesuai adalah $\frac{192}{473}$. Berapa banyak kaus kaki merah?
5. Diberikan kerangka limas $ABCD$ dengan alasnya adalah daerah segitiga siku-siku ABC . Diketahui sisi siku-sikunya adalah AB dan AC dengan panjang $AB = a\sqrt{3}$ dan panjang $AC = 4a$, rusuk BD tegak lurus dengan bidang ABC , dan panjang $BD = 6a$. Jika pada rusuk CD terdapat titik P sehingga sebuah bola dengan DP sebagai diameternya menyinggung bidang alas ABC , panjang jari-jari bola tersebut adalah ...

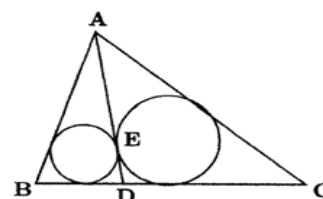
6. Semua pasangan bilangan prima (p, q) yang memenuhi persamaan

$$(7p - q)^2 = 2(p - 1)q^2 \text{ adalah ...}$$

7. Umi, Pipin, Desy, Februl, dan Marta mengikuti pemilihan Gubernur Sumbar secara independen. Pada akhir perhitungan suara, yang mendapat suara tertinggi pertama akan menjadi gubernur dan yang memperoleh suara tertinggi kedua akan menjadi wakilnya. Jika Umi mendapat suara 2014 lebih banyak dari Pipin dan 2058 lebih sedikit dari Desy. Marta menerima 2014 lebih sedikit dari Februl dan 2078 lebih banyak dari Pipin. Maka yang terpilih menjadi gubernur dan wakilnya adalah ...

8. Berapakah banyak minimal titik yang harus diambil dari sebuah persegi dengan panjang sisi 2, agar dapat dijamin senantiasa terambil 2 titik yang jarak antara keduanya tidak lebih dari $\frac{1}{2}\sqrt{2}$?

9. Segitiga ABC memiliki sisi $AB = 137$, $AC = 241$ dan $BC = 200$. Titik D terletak pada sisi BC sehingga lingkaran dalam $\triangle ABD$ dan lingkaran dalam $\triangle ACD$ menyinggung sisi AD di titik yang sama, yaitu E . Panjang $CD = \dots$



10. Lima siswa A, B, C, D, E berkompetisi dalam suatu lomba. Sebelum kompetisi Ezi dan Rama membuat prediksi mengenai urutan peringkatnya. Prediksi Ezi adalah A, B, C, D, E sedangkan prediksi Rama adalah D, A, E, C, B . Ternyata Ezi tidak berhasil menebak dengan tepat peringkat siswa manapun, dan tidak ada dua siswa berurutan yang urutannya tepat. Di sisi lain, Rama menebak peringkat dari dua siswa dengan tepat dan menebak urutan dua pasang siswa berurutan dengan tepat juga. Urutan peringkat mereka adalah ...

BAGIAN KEDUA

1. Untuk sebarang bilangan real positif a, b, c , dengan $a + b + c = 1$, tentukan nilai

$$ab \left(\frac{a^2 + b^2}{a^3 + b^3} \right) + bc \left(\frac{b^2 + c^2}{b^3 + c^3} \right) + ca \left(\frac{c^2 + a^2}{c^3 + a^3} \right) + \frac{a^4 + b^4}{a^3 + b^3} + \frac{b^4 + c^4}{b^3 + c^3} + \frac{c^4 + a^4}{c^3 + a^3}$$

Jawaban:

2. Buktikan bahwa persamaan $6(6a^2 + 3b^2 + c^2) = 5n^2$ tidak memiliki solusi bulat selain $a = b = c = n = 0$

Jawaban:

3. Diketahui X adalah himpunan dengan 102 anggota. Misalkan A_1, A_2, \dots, A_{101} adalah himpunan-himpunan bagian dari X sehingga gabungan dari setiap 50 diantaranya mempunyai lebih dari 100 anggota. Buktikan terdapat $1 \leq i < j < k \leq 101$ sedemikian sehingga $A_i \cap A_j, A_j \cap A_k$ dan $A_i \cap A_k$ semuanya tidak kosong.

Jawaban:

4. Seekor Kucing berdiri di tengah arena berbentuk lingkaran dan melihat tikus di dinding. Tikus berlari mengelilingi dinding dan Kucing mengejarnya dengan kecepatan yang sama. Kucing bergerak dalam suatu jalan yang unik sehingga pada saat apapun, Kucing, Tikus, dan pusat lingkaran selalu segaris. Buktikan bahwa Kucing menyusul Tikus ketika si Tikus sudah berlari sejauh seperempat dari arena tersebut.

Jawaban: